Giulio Coluzzi
webmaster del sito "*L'Angolo di Hermes*"
(e-mail: *info@angolohermes.com*)

Il Quadrato Magico del SATOR: un approccio matematico

Sommario: Tutti conoscono il fascino del quadrato magico palindromo del SATOR, trovato graffito sui muri tra le rovine di Pompei e presente in diverse chiese o palazzi antichi come emblematica effigie, sul cui significato ancora oggi si discute. Partendo dall'ipotesi che il quadrato possa avere anche un senso numerologico, ovvero ipotizzando di voler sostituire ad ogni lettera un valore numerico (dove a lettera uguale corrisponde numero uguale), è possibile ottenere dei quadrati magici in senso matematico, ovvero schemi numerici in cui la somma dei valori sulle righe, sulle colonne e sulle diagonali dia sempre lo stesso risultato? Il presente studio dimostra che con il SATOR questo tipo di approccio è possibile. Verrà ricavata una forma generale del quadrato numerico, e le formule necessarie per la sua costruzione. Al lettore, poi, è demandata l'eventuale traduzione in Scienza Ermetica...

1. I quadrati magici

Nell'ambito del presente documento, si farà riferimento alle seguenti assunzioni. Si definisce *quadrato magico di ordine N* una matrice numerica quadrata di $N \times N$ caselle, in cui la somma dei numeri su ciascuna riga, colonna o diagonale (principale e secondaria) dà sempre lo stesso valore, detto *costante* (C) del quadrato. Un quadrato magico *canonico* contiene nelle sue caselle tutti e soli i numeri da 1 a N^2: con questo assunto, la soluzione del quadrato ha un valore univoco e può essere calcolato tramite la seguente formula:

(1) $$C = \frac{N^3 + N}{2}$$

Ad esempio, per il quadrato magico di ordine 5 si ha $C = 65$. Esistono diversi algoritmi per la costruzione di quadrati magici, differenziati tra loro a seconda dell'ordine del quadrato. Si dimostra che non esiste un quadrato magico di ordine 2, che ne esiste uno solo di ordine 3 (a parte, ovviamente, tutte le sue riflessioni e rotazioni) mentre ne esistono svariati degli ordini successivi. Si mostrano di seguito, a scopo di esempio, i quadrati magici di ordine 3, 4 e 5.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

Figura 1 - I quadrati magici di ordine 3, 4 e 5

Oltre ai quadrati semplicemente magici, ne esistono di altre categorie e varietà; ad esempio, vengono chiamati *diabolici* i quadrati che mantengono le loro proprietà rispetto a quattro diverse trasformazioni: rotazione, riflessione, traslazione da bordo a bordo di una riga oppure di una colonna; si dicono *satanici*, o *doppiamente magici*, quei quadrati che mantengono le loro proprietà anche se i numeri che li compongono vengono elevati a potenza, poi ci sono i quadrati *pandiagonali* o *Nasik* in cui la costante C si ottiene anche in altri modi regolari. Ad esempio, il quadrato di ordine 4 rappresentato in fig. 1[1] fornisce la costante anche con le quattro caselle d'angolo, con i quattro quadranti di 2×2 caselle, con il piccolo quadrato centrale, sulle diagonali spezzate, ecc.

2. Il Quadrato del SATOR

Il SATOR non è un quadrato magico di tipo numerico come quelli descritti nel paragrafo precedente, ma un quadrato letterale, di ordine 5, in cui sono iscritte 5 parole di 5 lettere ciascuna che formano nel loro insieme una frase palindroma, cioè leggibile sia da destra verso sinistra, sia da sinistra verso destra (fig. 2). Inscritta nel quadrato, la stessa frase può essere letta anche negli altri due sensi, cioè dall'alto verso il basso e dal basso verso l'alto. Questa caratteristica, insieme a tutta una serie di studi sul possibile significato letterale ed esoterico del SATOR visto come entità simbolica, gli conferiscono la sua caratteristica "magica".

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Figura 2 - Il Quadrato Magico del SATOR

Sulla natura e sul significato simbolico di questo emblema è stato scritto di tutto, ma ciò esula dagli scopi di questo documento. Quello che invece ci si propone di analizzare è se esiste una valenza numerica applicabile allo schema in questione, ovvero se sia possibile attribuire un valore numerico a ciascuna lettera in modo che il quadrato numerico risultante dopo la sostituzione sia un quadrato magico. La soluzione di questo problema, anticipando un po' le conclusioni, non sarà univoca, pertanto non sarà possibile trovare una matrice univocamente definita, dalle quali poter trarre dei significati reconditi, ma l'approccio matematico permetterà di stabilire almeno la forma che essa verrà ad avere ed i vincoli matematici che dovrà rispettare.
Risulta chiaro fin dall'inizio, solo guardando lo schema, che il quadrato magico risultante non sarà del tipo canonico, perché, a parte la "N" centrale, ogni lettera compare almeno un'altra volta nello schema, quindi vi risulteranno dei valori ripetuti.
Fatte queste premesse, il problema consiste nel trovare i valori da attribuire alle varie lettere in modo che venga soddisfatto il seguente sistema di relazioni:

$$(2) \qquad \begin{cases} S+A+T+O+R=C \\ A+R+E+P+O=C \\ T+E+N+E+T=C \\ S+R+N+R+S=C \\ R+P+N+P+R=C \end{cases}$$

Nel sistema (2) compare ovviamente la costante *C*, che è anch'essa un'incognita da calcolare. Il sistema può essere riscritto per maggiore convenienza in un'altra forma, ordinando opportunamente le cinque equazioni:

$$(3) \qquad \begin{cases} S+A+T+O+R-C=0 \\ P+A+E+O+R-C=0 \\ 2T+2E+N-C=0 \\ 2S+2R+N-C=0 \\ 2P+2R+N-C=0 \end{cases}$$

Osservando il sistema (3) si possono fare già alcune considerazioni di base, molto importanti per tutta la trattazione a seguire. Innanzi tutto, si nota che il numero delle variabili è 9 mentre quello delle equazioni è 5. Questo significa, dalla Teoria dei Sistemi Lineari, che il problema ammetterà non una ma infinite soluzioni, con ben quattro *gradi di libertà* (dati dalla differenza tra numero di incognite e numero di equazioni). Avere quattro gradi di libertà significa che si dovranno fissare a scelta quattro dei nove valori per potere ricavare gli altri cinque. Tuttavia, osservando meglio le equazioni, si possono fare alcune considerazioni aggiuntive che permettono di ridurre il numero di equazioni e d'incognite.
Confrontiamo, ad esempio, la quarta con la quinta riga, che rappresentano le somme dei valori sulle due diagonali. Entrambe contengono due "R" e la "N", e differiscono di una sola incognita. Questo significa che necessariamente le due lettere, "S" e "P", debbono avere lo stesso valore altrimenti non si avrà soluzione. Chiameremo *X* il valore comune di "S" e "P". Il sistema, effettuata questa sostituzione, dopo un riordino delle equazioni, diventa:

$$(4)\quad \begin{cases} X+A+T+O+R-C=0 \\ X+A+E+O+R-C=0 \\ 2T+2E+N-C=0 \\ 2X+2R+N-C=0 \end{cases}$$

Con questa sostituzione, il sistema adesso viene ad avere 4 equazioni ed 8 incognite, ed abbiamo ancora quattro gradi di libertà nella definizione delle soluzioni. Si può osservare, però, che una situazione analoga alla precedente si ritrova ora nelle prime due equazioni: per assicurare che entrambe siano soddisfatte contemporaneamente, poiché esse differiscono per i soli valori delle due variabili *T* ed *E*, è necessario che anche queste due lettere abbiano lo stesso valore, diciamo *Y*. Il nuovo sistema, perciò, leggermente riordinato, diventa:

$$(5)\quad \begin{cases} A+O+R+X+Y-C=0 \\ 2X+2R+N-C=0 \\ 4Y+N-C=0 \end{cases}$$

Intanto, possiamo notare che il quadrato corrispondente ha assunto una nuova forma:

X	A	Y	O	R
A	R	Y	X	O
Y	Y	N	Y	Y
O	X	Y	R	A
R	O	Y	A	X

Figura 3 - Il SATOR dopo la sostituzione di variabili

Nonostante che il sistema (5) appaia notevolmente semplificato, si nota che il numero di incognite supera sempre di quattro il numero delle equazioni, perciò si avranno sempre quattro gradi di libertà nella scelta delle soluzioni. A questo punto la scelta diventa arbitraria, ma nel seguito di questo articolo si opterà per la forma più naturale, derivante dal modo in cui sono state arrangiate le equazioni nel sistema mostrato in (5).
Si può, per la sua risoluzione, riscrivere il sistema in forma matriciale:

$$(6)\quad \begin{array}{ccccccc} A & O & R & N & X & Y & C \end{array}$$
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

Per fortuna, il sistema si presenta già ridotto in forma scalare, perciò non necessita d'ulteriori rimaneggiamenti. Risolvendo il sistema partendo dall'ultima equazione, si ha:

$$\begin{aligned} &C=C \\ &Y=Y \\ &N=C-4Y \\ &X=X \\ &R=\frac{C-2X-N}{2}=\frac{C-2X-C+4Y}{2}=2Y-X \\ &O=O \\ &A=C-O-R-X-Y= \\ &\quad =C-O-(2Y-X)-X-Y= \\ &\quad =C-O-2Y+X-X-Y=C-O-3Y \end{aligned}$$

Come si vede, le quattro variabili libere sono *C*, *Y*, *X* ed *O*, mentre le variabili dipendenti sono *A*, *R* ed *N*. La soluzione finale può essere elegantemente riscritta in forma di sistema, oppure matriciale:

$$(7)\quad \begin{cases} A=C-O-3Y \\ R=2Y-X \\ N=C-4Y \end{cases}$$

$$(8)\quad \begin{vmatrix} A \\ R \\ N \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} O \\ X \\ Y \\ C \end{vmatrix}$$

A questo punto è necessario fare un po' di prove. Occorre dare dei valori arbitrari alle quattro variabili indipendenti e calcolare gli altri tre. In alcuni casi si otterranno dei valori negativi: è normale, in quanto dal punto di vista matematico le soluzioni possono essere dei numeri qualunque, interi, relativi ma anche reali. Teoricamente, con quattro gradi di libertà,

potremmo assegnare un valore ad ogni punto dell'universo conosciuto, secondo una terna cartesiana (*X, Y, C*) centrata, per esempio, sul Sole (o sulla Terra, o su qualunque altro punto a scelta), ed un valore al tempo (*O*) considerando il punto 0, ad esempio, come l'istante del Big Bang per mappare l'intera storia dell'Universo, ed ogni punto così individuato (tempo e luogo) darebbe origine al suo SATOR... Matematicamente ineccepibile, a patto di conoscere l'istante esatto del Big Bang (!) ma filosoficamente esagerato...
Un approccio diverso consiste nel provare ad inserire numeri particolari, legati alla Tradizione, e scoprire che valore vanno ad assumere gli altri. Il lettore potrà verificare per proprio conto che volendo dare a tutte le lettere i valori corrispondenti nella Ghematria ebraica[2], non si soddisfa il sistema di equazioni (5), e perciò è dimostrato matematicamente che il SATOR non ha questo tipo di valenza cabalistica!
Si concluderà l'articolo con due esempi a caso. Supponiamo, di scegliere per le variabili indipendenti i seguenti valori:

O = 2
X = 4
Y = 6
C = 36

Eseguendo i calcoli, si ottiene:

A = (–1) × 2 + (–3) × 6 + 36 =
= – 2 – 18 + 36 = 16
R = 2 × 6 – 4 = 12 – 4 = 8
N = 36 – 4 × 6 = 36 – 24 = 12

ed il quadrato risultante sarà:

4	**16**	**6**	**2**	**8**
16	**8**	**6**	**4**	**2**
6	**6**	**12**	**6**	**6**
2	**4**	**6**	**8**	**16**
8	**2**	**6**	**16**	**4**

Simpatico, ma non troppo eclatante! Supponiamo, invece, di voler ottenere come soluzione la stessa del quadrato magico di ordine 5, cioè 65, e scegliamo per gli altri valori numeri legati alla sorte o di particolare valenza in Numerologia:

O = 7
X = 17
Y = 13
C = 65

Eseguendo i calcoli, si ottiene:

A = (–1) × 7 + (–3) × 13 + 65 =
= – 7 – 39 + 65 = 19
R = (–1) × 17 + 2 × 13 = – 17 + 26 = 9
N = (– 4) × 13 + 65 = – 52 + 65 = 13

Con questa scelta, curiosamente, il valore della *N* centrale è lo stesso che ha la *Y*, che come si vede in fig. 3 forma la croce centrale. Così il SATOR assume la seguente forma curiosa:

17	**19**	**13**	**19**	**9**
19	**9**	**13**	**17**	**19**
13	**13**	**13**	**13**	**13**
19	**17**	**13**	**9**	**19**
9	**19**	**13**	**19**	**17**

3. Conclusioni

Una volta ottenuta la formula risolutiva, di prove se ne possono fare tante. L'approccio matematico seguito, lungi dal rivelare qualcosa di nuovo sul SATOR, mette in luce il fatto che qualunque senso simbolico esso abbia, non è da attribuirsi al valore numerico delle lettere che lo compongono. Se, infatti, così fosse stato, si sarebbe ottenuta una soluzione univoca, e non infinite soluzioni con ben quattro gradi di libertà. Si possono però sperimentare le sostituzioni più ardite per cercare di trovare, per caso o per Illuminazione interiore, una nuova chiave di lettura del già di per sé affascinante emblema simbolico.

Note:

[1] *Conosciuto anche come* Quadrato di Dürer, *in quanto raffigurato nell'incisione "Melanchonia" (1514) del celebre pittore Albrecht Dürer (Norimberga, 1471-1528).*
[2] *Detti valori sono: S (Shin) = 21, A (Aleph) = 1, T (Taw) = 22, O (Wav) = 6, R (Res) = 20, E (He) = 5, P (Pe) = 17 e N (Nun) = 14.*